

介绍一个非前缘加热的平均对流 换热系数的计算公式

南京航空学院 王宝官

有关研究平壁层流附面层内的对流换热理论很多,而且日趋成熟。由积分近似解可求得平壁层流附面层的局部对流换热系数的计算公式^[1]:

$$h_x = 0.332\lambda \sqrt{u_\infty / (\nu x)} Pr^{1/3} [1 - (x_0/x)^{3/4}]^{-1/3}$$

当加热点离前缘的距离 $x_0 = 0$ 或 $x \gg x_0$ 时,对上式进行积分,可直接求得平均对流换热的关系式为:

$$\bar{h}_L = 0.664\lambda/L Re_L^{1/2} Pr^{1/3} = 2h_L$$

然而,至今尚未看到直接求解非前缘开始加热的平壁层流附面层的平均对流换热系数的代数式,而常常需用图解法或辛普生法等求出积分近似解。本文推导出,当温度附面层与速度附面层的起始点不一致时,平壁层流附面层的平均对流换热系数的准则关系式为

$$\bar{Nu}_L = 0.664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3} [1 - (x_0/L)^{3/4}]^{2/3}$$

一、平壁层流附面层的描述

图1为流体流过平壁时,层流附面层的示意图。表示了速度附面层厚度 δ 和温度附面层厚度 δ_T 随流动距离 x 的变化情况。 x_0 为热附面层的起始点离平壁前缘的距离。当 $x_0 = 0$ 时,热附面层与速度附面层的起始点相一致。本文探索的是 $x_0 \neq 0$ 时平壁层流附面层的换热计算。此时,在 $0 \sim x_0$ 区间,壁面温度与气流温度相同,无热量交换。由 x_0 点起始,在等壁温情况下对气流加热或冷却。该类换热在文献^[2]中称为壁温阶梯式变化的平壁换热,其局部对流换热系数的公式为

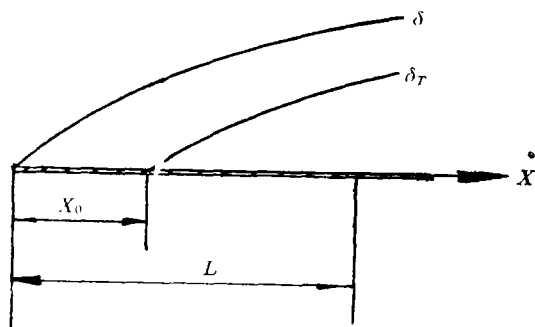


图1 速度附面层和热附面层

$$h_x = 0.332\lambda Pr^{1/3} \sqrt{u_\infty / (\nu x)} [1 - (x_0/x)^{3/4}]^{-1/3} \quad (1)$$

式中 λ 为导热系数, u_∞ 为主流速度, ν 为运动粘性系数。若用无因次准则表达,则为:

$$Nu_x = 0.332 Pr^{1/3} Re_x^{1/2} [1 - (x_0/x)^{3/4}]^{-1/3}$$

二、平均对流换热系数公式的推导

对于 $x_0 \neq 0$ 时的平均对流换热系数的计算公式,可通过对式(1)的局部换热系数进行积分求出它的平均值。因为加热是从 x_0 处开始,故加热段全长应为全长 L 减去 x_0 ,所以积分平均值是指 $(L-x_0)$ 区间而言。推导如下:

$$\bar{h}_{L-x_0} = \frac{1}{L-x_0} \int_{x_0}^L h_x dx$$

把式(1)代入上式,得

$$\bar{h}_{L-x_0} = \frac{1}{L-x_0} \int_{x_0}^L 0.332 \lambda \text{Pr}^{1/3} \sqrt{u_\infty / (\nu x)} [1 - (x_0/x)^{3/4}]^{-1/3} dx$$

因为掠过平板的自由流速度为常数和常物性,故令

$$C = 0.332 \lambda \text{Pr}^{1/3} \sqrt{u_\infty / \nu}$$

则积分式可写为

$$\begin{aligned} \bar{h}_{L-x_0} &= \frac{C}{L-x_0} \int_{x_0}^L x^{-1/2} [1 - (x_0/x)^{3/4}]^{-1/3} dx \\ &= \frac{2C}{L-x_0} L^{1/2} [1 - (x_0/L)^{3/4}]^{2/3} \end{aligned}$$

最后得

$$\bar{h}_{L-x_0} = 0.664 \frac{\lambda}{L-x_0} \text{Re}_L^{1/2} \text{Pr}^{1/3} [1 - (x_0/L)^{3/4}]^{2/3} \quad (3)$$

$$\text{或 } \bar{\text{Nu}}_{L-x_0} = 0.664 \text{Re}_L^{1/2} \text{Pr}^{1/3} [1 - (x_0/L)^{3/4}]^{2/3} \quad (4)$$

以上两式就是非前缘开始加热的平均对流换热系数的计算公式和无因次准则关系式。注意式中的角标,雷诺数 Re_L 的特征尺寸为平壁总长 L ,而努谢尔特准则 Nu_{L-x_0} 的特征尺寸为 $(L-x_0)$ 。此时,平均对流换热系数是指加热段的平均值,加热量也是指加热段的换热量,即

$$Q = \bar{h}_{L-x_0} (L-x_0) (T_w - T_f)$$

以上处理方法,物理意义比较清楚,没有加热的区段未计入平均值的计算中。但是为了计算的方便,也可取全长的平均值,则

$$\bar{h}_L = \frac{1}{L} \int_{x_0}^L h_x dx$$

最后可得:

$$\bar{h}_L = 0.664 \frac{\lambda}{L} \text{Re}_L^{1/2} \text{Pr}^{1/3} [1 - (x_0/L)^{3/4}]^{2/3} \quad (5)$$

$$\bar{\text{Nu}}_L = 0.664 \text{Re}_L^{1/2} \text{Pr}^{1/3} [1 - (x_0/L)^{3/4}]^{2/3} \quad (6)$$

此时,特征尺寸均指全长 L ,平均对流换热系数是指全长的平均值。

三、讨 论

本文所得非前缘开始加热平壁层流附面层的平均对流换热系数的计算公式,是有实际意义的。试看用不同方法来处理下面的问题^[3]:

空气以30m/s的定常速度掠过平板,环境压力为20kPa,温度为20℃。从平板前缘7.5cm处开始加热,使平板温度保持65℃。试问从平板前缘到30cm处,平均对流换热系数为多少。

1. 图解法

先求出不同x处的 h_x 值,然后作图求积分平均值,得平均对流换热系数为

$$\bar{h}_L = \frac{1}{L} \int_{x_0}^L h_x dx = 4.22/L = 14.07 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

2. 辛普生法

被积函数为 h_x ,用式(1)来表示,积分上下限分别为L和 x_0 ,步长为 $(L - x_0)/(2N)$ 。当N=10000时,由计算机得数值解

$$\bar{h}_L = \frac{1}{L} \int_{x_0}^L h_x dx = 3.819/L = 12.73 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

3. 解析法(本文公式)

$$\begin{aligned} \bar{h}_L &= \frac{1}{L} \int_{x_0}^L h_x dx = 0.664 \lambda / L \text{Re}_L^{1/2} \text{Pr}^{1/3} [1 - (x_0/L)^{3/4}]^{2/3} \\ &= 3.813/L \\ &= 12.71 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \end{aligned}$$

由上述三种方法解题可见,用图解法解题时,显然比较繁琐而粗糙,作图时人为影响因素很多。用辛普生法进行计算机解题时,所取积分的下限和步长对题解的精确性影响很大,而且较费机时。用本文公式算题,极短时间就能在屏幕显示结果,而且是精确解。

综上所述,本文的非前缘加热平壁层流附面层的平均对流换热系数的计算公式是有实际意义的,为解决该类问题找到了一条捷径。

参 考 文 献

1. Holman, J.P., "Heat Transfer", McGraw-Hill, Inc. 1981.
2. Eckert, E.R.G., Drake, R.M., "Analysis of Heat and Mass Transfer", McGraw-Hill, 1972.
3. 马重芳等编译,“传热学题解”,人民教育出版社,1981。
4. 南航、北航、西工大合编,“传热学”,国防工业出版社,1982。
5. “数学手册”编写组,“数学手册”,人民教育出版社,1977。

(责任编辑 杨帆)

(上接172页)

参 考 文 献

- 〔1〕 “环形燃烧室总压损失及流量分配分析”,国外航空技术 发动机类第13号,1972.10。
- 〔2〕 金如山、林正录,“喷气发动机环形燃烧室的空气流量分配的试验研究”,北京航空学院科学研究报告,1979.9。

(责任编辑 王华芳)

ferential equations can be discretized with finite difference schemes and solved with iterative method. But their convergence solution can be attained only with good estimates of initial conditions. Instead of empirical estimate of the initial conditions, an approach to specify the initial conditions is presented, based on the mathematical simulation of the forced ignition. In the result, the initial conditions can be determined computationally by setting a catalytic boundary in the combustion zone.

RADIATION CORRECTION OF MEASURING TEMPERATURE IN COMBUSTOR

Lu Xinli

(*Northwestern Polytechnical University*)

P. Wild

(*Sheffield University*)

Abstract

In tests of combustor heat loss arises from radiation in measuring temperature with a thermocouple. Therefore, it is necessary to make a correction for it. An approach to neglect some minor factors and to simplify some coefficients in the energy balance equation is recommended in this paper. A simplified calculation method is thus deduced for this correction. The temperatures corrected by this method quite agree with the temperatures calculated from gas analysis data.

A FORMULA FOR AVERAGE CONVECTIVE COEFFICIENT IN LAMINAR BOUNDARY LAYER OVER A PLATE WITH UNHEATED LEADING EDGE

Wang Baoguan

(*Nanjing Aeronautical Institute*)

Abstract

A dimensionless expression for average convective coefficient in laminar boundary layer over a flat plate with unheated leading edge is derived. By approximate integration, it is transformed into the following formula:

$$\overline{Nu}_L = 0.664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3} [1 - (x_0/L)^{3/4}]^{2/3}$$